**ATOM HIDROGEN**

**PERSAMAAN SCHROEDINGER RADIAL UNTUK ATOM HIDROGEN**

Persamaan Schroedinger radial:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

Energi Potensial atom Hidrogen:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Persamaan Schroedinger radial:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

Kita berkonsentrasi pada keadaan terikat (solusi dengan *E* <0 ).

Perubahan variabel:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

Sehingga persamaan Schroedinger menjadi:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |
|  | (6) |

**SPEKTRUM ENERGI**

Untuk *ρ* besar, persamaan (5) dapat disederhanakan menjadi:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

Yang solusinya di tak hingga mempunyai bentuk:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

Dengan demikian solusi persamaan (5) dapat dituliskan sebagai:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (9) |

Jika (9) disubstitusikan ke dalam (5) didapatkan:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (10) |

*G*(*ρ*) dapat dituliskan dalam bentuk deret pangkat:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (11) |

Relasi rekursi didapatkan dari persamaan diferensial yang dipenuhi oleh bentuk deret:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (12) |

yaitu:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (13) |

Didapatkan:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (14) |

yaitu

|  |  |
| --- | --- |
|  | (15) |

sehingga didapatkan persamaan rekursi:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (16) |

Untuk *p* besar berlaku:6

|  |  |
| --- | --- |
|  | (17) |

Agar solusi yang didapatkan, *R*(*ρ*), “berkelakuan baik” di tak hingga, maka deret pada persamaan (10) harus berhenti pada suatu harga *p* tertentu katakanlah pada *p* = *nr*. Ini berarti dari persamaan (15) didapatkan:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (18) |

Perkenalkan bilangan kuantum utama:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (19) |

Sesuai dengan fakta bahwa , maka:

2. *n* merupakan bilangan bulat
3. relasi berimplikasi pada:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (20) |

yang sesuai dengan model Bohr.

**DEGENERASI**

Kita bisa tuliskan persamaan (15) dalam bentuk:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (21) |

Untuk *λ* = 1, yaitu keadaan dasar (ground state), diharuskan . Ini adalah keadaan tunggal (tidak berdegenerasi).

Untuk *λ* = 2, ada dua kemungkinan:

1. . Dalam hal ini sehingga:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (22) |

1. . Dalam hal inifungsi gelombang radial adalah konstan:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (23) |

Akan tetapi bagian angular dari fungsi gelombang melibatkan , sehingga ada degenerasi.

Total degenerasi untuk *λ* = *n* = 2 adalah : 3 + 1 = 4 = 22.

Dapat ditunjukkan bahwa untuk *λ* = *n* , total degenerasi adalah: *n*2.

**FUNGSI EIGEN RADIAL**

Jika kita set *λ* = *n* dalam persamaan (15) sehingga:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (24) |

kita dapatkan:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (25) |

Dengan demikian merupakan “*associated Laguerre polynomials*” yang mempunyai bentuk:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (26) |

Dengan menggunakan:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (27) |

didapatkan :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (27) |